

LXVII олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
 Таллинн, 9 января 2020 года
 VII класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

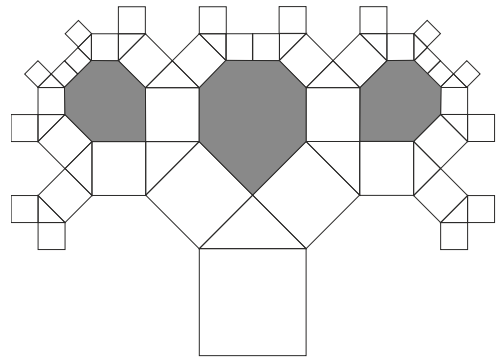
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В равенстве $S + I + I + R + I = T + A + L + V$ необходимо заменить буквы числами 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 так, чтобы различным буквам соответствовали различные числа, а одинаковым буквам соответствовали одинаковые числа.

Найди все возможные значения суммы $T + A + L + V$.

2. Обозначим сумму цифр числа x через $S(x)$. Например, если $x = 2020$, то $S(x) = S(2020) = 4$ и $S(3x) = S(3 \cdot 2020) = S(6060) = 12$. Найди все такие двузначные числа x , для которых выполняется равенство $S(x) \cdot S(2x) = 35$.

3. Фигура на рисунке составлена из частей. Каждая белая часть фигуры – это или квадрат или равнобедренный прямоугольный треугольник. Площадь самого большого квадрата равна 4 см^2 . Найди сумму площадей частей фигуры, закрашенных темным цветом.



4. Электронное табло, размеры которого 13×13 , состоит из квадратов, причем в каждом единичном квадратике имеется одна лампа. Все лампы электронного табло сначала выключены. На первой секунде загораются лампы, находящиеся в угловых квадратах, и центральная лампа табло. В каждую следующую секунду, в дополнение к предыдущим, загораются лампы в тех квадратах, которые имеют хотя бы одну общую сторону с квадратом, в котором лампа уже горит. Например, на второй секунде горит всего 12 ламп. После того, как все 169 ламп табло загораются, в следующую секунду все лампы гаснут. После этого на следующей секунде загораются 5 первых ламп и весь процесс повторяется сначала. Сколько ламп горит на 60-ой секунде?

5. Найди все такие четверки целых положительных чисел (a, b, c, d) , где a показывает, сколько всего чисел 1 в таблице, число b показывает, сколько всего чисел 2 в таблице, число c показывает, сколько всего чисел 3 в таблице и число d показывает, сколько всего чисел 4 в таблице.

1	2	3	4
a	b	c	d